

ISSN 1000-6788

CODEN XGLSEZ

中国系统工程学会会刊

# 系统工程理论与实践

XITONG GONGCHENG LILUN YU SHIJIAN

第 26 卷

El Page One 数据库收录期刊

全国中文核心期刊

国家自然科学基金委员会管理科学重要期刊

入编《中国学术期刊文摘》

入编《中国学术期刊(光盘版)》

入编(台湾)华艺数位艺术股份有限公司《中文电子期刊服务》

11

2006

ISSN 1000-6788



中国系统工程学会主办



中国科协精品科技期刊工程项目资助期刊

## 目 次

- 东盟五国汇率序列的非线性检验 ..... 张玉芹,林桂军,汪寿阳 (1)
- FDI 压力下的企业 R&D 支出规律:内生序贯博弈及其演进 ..... 张化尧,史小坤 (8)
- 基于证券价格时间序列的协整优化指数跟踪方法研究 ..... 李俭富,马永开 (17)
- 平行复合实物期权的定价研究 ..... 扈文秀,甄士民,樊宏社 (26)
- 人力资源素质与经济增长:一个模型分析 ..... 周 亚,李克强,姜 璐 (33)
- 基于随机查勘策略的夸大损失索赔欺诈博弈分析 ..... 刘喜华,王双成 (40)
- 发电企业经营博弈过程中的效仿行为仿真研究 ..... 任玉珑,刘 贞,粟增德,曹 杨 (46)
- 江苏农村居民收入差距、消费差异与消费潜力研究  
——基于江苏农村细化 SAM 的乘数分析 ..... 范 金,袁小慧,徐浩然 (53)
- 双方冲突特征下多评价结论协商组合方法 ..... 易平涛,郭亚军 (63)
- 权衡率及其在不同水资源利用模式下的扩展应用 ..... 何士华,程乖梅,张思青 (73)
- 复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法 ..... 谭跃进,吴 俊,邓宏钟 (79)
- 体液免疫算法及其对证券组合投资分析的应用 ..... 张著洪,胡支军 (84)
- 基于动态局部颜色直方图的图像检索 ..... 应 龙,吴玲达,栾悉道 (92)
- 基于网页语义相似性的商品隐性评分算法 ..... 陈冬林,聂规划,刘平峰 (98)
- 一种基于最优权重分配的 D-S 改进算法 ..... 王小艺,刘载文,侯朝桢,原菊梅,郭 飞 (103)
- 混合自回归滑动平均模型——MARMA ..... 王红军,田 铮,韩四儿 (108)
- 有效的混合量子遗传算法 ..... 李英华,王宇平 (116)
- 并行多机加权成套订单数极大化的混合遗传算法 ..... 吴春辉,周水银 (125)
- 基于实数编码遗传算法的空车流量分配优化方法研究 ..... 张 喜,张全寿 (130)
- 基于粗糙集的民航飞机故障诊断规则获取方法 ..... 郭亚中,左洪福,王华伟 (139)

文章编号:1000-6788(2006)11-0033-07

## 人力资源素质与经济增长:一个模型分析

周亚,李国强,姜璐

(北京师范大学 系统科学系,北京 100875)

**摘要:** 考虑了人力资本的层次性,对不同的人力资源按其质量进行了加总,构造了反映人力资源开发、配置、使用过程的宏观经济模型。在一般生产函数的简单假定下,证明了该模型存在平衡增长路径;同时分析了在平衡增长路径中,相关因素对经济增长率的长期影响,以及最优人力资本投资比例的存在及其相关决定因素。

**关键词:** 经济增长;人力资本;劳动异质性;平衡增长路径

**中图分类号:** F249

**文献标志码:** A

## Human Capital and Economic Growth: A Model Analysis

ZHOU Ya, LI Ke-qiang, JIANG Lu

(Department of System Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** Considering the heterogeneity of human capital, this paper aggregates different types of human capital according to its quality. Then reflecting the development, allocation and utilization of human resource, an economic growth model is established, with which we first prove the existence of the balanced growth path (BGP), and then we investigate the influence of corresponding factors have on economic growth in BGP. In the end, we prove that along the BGP, there exists an optimal ratio between investment in human capital and physical capital.

**Key words:** economic growth; human capital; heterogeneity of human capital; balanced growth path

经济学中的资源包括人力资源,人力资源除了数量方面的特征外还应该包括质量方面的特征,即人力资本,它指的是凝结在人体中的知识与技能的存量总和。60年代以前的经济学理论,尤其是经济增长发展理论认为资本存量是促进或者限制经济增长的基本因素,哈罗德-多马,索洛的理论就是这样。

对经济增长过程中的人力资本的研究,大量出现于20世纪五、六十年代,那时大量的资料数据揭示了经济系统的某些规律,因此,经济学家对当时的经济增长和发展的性质与根源产生了浓厚的兴趣,同时也激发了专家学者对人力资本的研究。基于生产函数,索洛<sup>[1]</sup>测算出:1909~1949年美国人均产出的增加量中有12.5%来自人力素质的提高;丹尼森<sup>[2]</sup>进一步作了经济增长因素分析,计量了教育及人力资本对经济增长的贡献,结果表明:1927~1951年美国国民收入增长额中就业者提供的人均年增长率为1.6%,其中0.85%是由于人力素质的提高而取得的。由此,从宏观角度解释经济增长中人力资本作用的模型大量出现,引导经济增长理论从外生经济增长阶段过渡到了内生经济增长阶段<sup>[3]</sup>,也开辟了“新经济”时代。在众多的研究人力资本与经济增长之间关系的模型中,人们经常引用的有三个著名的模型:阿罗<sup>[4]</sup>的“干中学”模型说明了干中学的经济意义,人们在干中学的过程中积累了经验,从而使专业的人力资本存量得到了提高;卢卡斯<sup>[5]</sup>在剑桥大学纪念马歇尔的讲座中提出了“知识溢出”的思想;罗默<sup>[6]</sup>在索洛原始模型的基础上直接在生产函数中引入人力资本,将人力资本作为独立于资本和劳动力数量之外的生产要素投入,强调了人力资本在经济生产过程中的作用。

收稿日期:2005-11-02

资助项目:国家“十五”科技攻关计划课题(2001-BA608B14);全国教育科学“十五”重点课题(DBF010589)

作者简介:周亚(1975-),博士,主要研究方向:教育经济系统分析,E-mail:zhouya@bnu.edu.cn;李国强(1955-),通讯作者,博士,副教授,主要研究方向:系统理论,E-mail:kqli@bnu.edu.cn;姜璐(1943-),教授,博士生导师,主要研究方向:系统理论,E-mail:jiangl@bnu.edu.cn.

但是,无论是属于哪种分析,这些模型都是从人力资本的总量上对这种影响机制进行分析的,忽略了人力资源的异质性<sup>[7,8]</sup>,即人力资本是具有层次性的,不同类型的人力资源具有不同的质量.因此,在进行理论分析时,应该构造一个包含结构的人力资本总量,即需要按照不同类型的人力资本的质量进行加总.我们的工作即立足于此.

在本文中,我们首先构造了一个反映了人力资源素质的生产函数,并将该生产过程放在一个宏观的经济系统分析框架之内,建立了一个宏观经济增长模型,在普遍意义下讨论了该系统的定态解及其稳定性,并讨论了各相关因素对均衡增长率的影响,证明了最优人力资本投资的存在.

## 1 反映人力资源素质的生产函数

我们认为自然力和人力资本是两个不同的概念.自然力是指没有经过教育或培训而直接投入社会经济活动中的劳动者;而人力资本则是通过投资方式积累起来的,体现在劳动者身上的工作能力、健康状况和技术水平等.我们作如下假定:

**假定 1** 人力资源是异质的.

由于劳动者受到的教育、培训不同,人力资本积累的水平也会不同,则其在生产中的作用或说创造财富的能力也有所区别.若劳动者按期在现实技术水平下的劳动的能力由小到大的顺序可分为  $n$  类,每类劳动者的数量为  $L_1, L_2, \dots, L_n$ ,则社会中人力资源总数为:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i.$$

设每类劳动者为相应的创造财富的能力依次为:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ,其中  $\alpha_i$  称为劳动者素质系数.此处取  $L_1$  为自然力的数量,并设  $\alpha_1 = 1$ ,则:  $\alpha_i > 1, (i = 2, 3, \dots, n)$ .那么,考虑了人力资源素质差别的人力资源

总量可以用自然力的数量  $\tilde{L}$  表示,即  $\tilde{L} = \sum_{i=1}^n \alpha_i L_i$ .我们记

$$L^* = \tilde{L} - L = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - 1) L_i,$$

显然,  $L^*$  来源于由于劳动者接受教育与培训等因素而产生的社会人力资本积累的总和.这种积累以凝结在劳动者身上劳动的能力提高的形式体现出来.自然  $L = 0$  时,  $L^* = \tilde{L} = 0$ .

**假定 2** 人力资源的素质变化影响产出水平.

设  $Y$  表示产出,  $K$  表示资本存量,  $\tilde{L}$  表示反映了劳动力素质的劳动投入,  $F(\cdot, \cdot)$  为总量生产函数,则:  $Y = F(K, \tilde{L}) = F(K, L + L^*)$ ,并假设该总量生产函数具有如下性质:

1) 生产函数对  $\tilde{L}$ 、 $K$  连续,且  $\partial F / \partial L > 0, \partial F / \partial L^* > 0, \partial F / \partial K > 0$ .即在别的因素保持不变的情况下,分别单独增加劳动力数量、人力资本积累、以及物质资本存量都将引起总产出的增加.

2)  $F(0, \tilde{L}) = F(K, 0) = 0$ .即无劳动投入或资本投入时,都不会有产出.

3)  $F[\lambda K, (\lambda L + \lambda L^*)] = \lambda F[K, (L + L^*)]$ .即生产函数的一次齐次性,此性质反映的是生产函数具有规模收益不变的性质.

劳动者素质的提高是科学、技术、知识的进步在劳动者身上的体现,无疑会对产出产生巨大影响.而西方经济理论中(特别是人力资本理论)将劳动者素质的提高对经济增长的影响放在解释经济增长的余数中去讨论<sup>[1]</sup>.虽然这种讨论对于计量经济学的实证分析非常有用,但在数理分析中,为解释劳动力素质对产出和增长的作用,应将劳动力的素质引入生产函数.

下面我们分析人均产出的增长.记:  $y$  表示人均产出,  $l$  表示人均人力资本存量,  $k$  表示人均物质资本存量,则有:  $y = Y/L, l = \tilde{L}/L, k = K/L$ .

由总量生产函数的一次齐次性质,可知  $y = F(k, 1 + l) = f(k, l)$ .对应于总量生产函数的性质,我们有:

1)  $f(0, l) = 0$ .即无人均物质资本积累是人均产出为 0.说明劳动生产率是人均物质资本存量与人力资源素质共同作用的结果.

2)  $f(k, 0) = \bar{f}(k)$ .  $\bar{f}(k)$  为无人均人力资本积累时的人均产量,即自然人力的人均产量,它说明无人力资本积累时产出仅与人均物质资本存量有关.

3)  $f_l(k, l) > 0$ . 即在人均物质资本积累不变的情况下,人均人力资本积累的增长将使人均产出增加.也就是说人均人力资本积累是提高劳动生产率的手段之一.

4)  $f_k(k, l) > 0$ . 即在人均人力资本积累不变的情况下,人均物质资本积累的增加将使人均产出增加.

5)  $f(k, l) = f_l(k, l) + lf_l(k, l) + kf_k(k, l) > f_l(k, l) + kf_k(k, l) > 0$ . 此性质反映了人均生产函数的非一次齐次性.

这样,我们就构造了一个反映人力资源素质的生产函数.

## 2 模型

虽然我们构造了上面的生产函数,这些生产函数在宏观上也能描述人力资源素质的变化对产出的影响,但还存在一些问题:

首先,在实际经济运行过程中,不仅总量人力资本积累或人均人力资本积累对产出有影响,而且在总量人力资本积累或人均人力资本积累不变的情况下,不同人力资本积累水平的劳动力数量的分布也将对产出产生重大影响,在微观分析中尤其是这样.当然对于物质资本也存在同样的问题.所以上述生产函数虽然反映了人力资源素质对经济的影响,但也只能是宏观上分析人力资源素质对经济增长影响的一级近似.

其次,生产函数只反映了人力资源与资本的投入与他们所产生的产出之间的数量关系,仅是从生产角度进行的定量描述.而经济增长受经济运行过程中各个环节的影响,描述经济增长过程不仅涉及生产方面,而且还涉及积累、消费、各种生产要素投入的制约条件等诸方面引述的影响.显然分析人力资源素质对经济增长的影响应当把该生产函数放在宏观经济的分析框架中去,在整个经济运行过程中进行分析.为此,需要建立一个宏观经济模型,将反映人力资源素质的生产函数放在模型中来进行讨论,这样才有助于分析人力资源素质对经济增长的影响.为构造这样的宏观经济模型,我们首先建立我们的分析框架(见图 1):

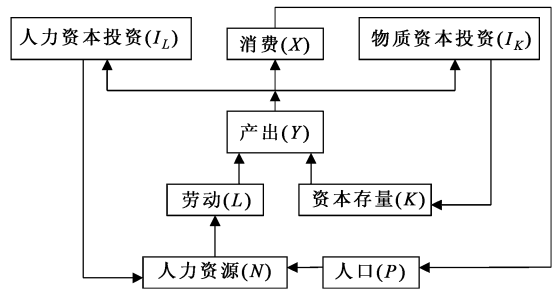


图 1

据此框架我们建立如下模型:

$$\begin{cases}
 Y = F(L + L^*, K) & (1) \\
 Y = X + I_L + I_K & (2) \\
 K + \mu K = I_K & (3) \\
 L^* + L^* = I_L / & (4) \\
 I_L = I_L & (5) \\
 L = L_0 e^{m} & (6) \\
 X = (1 - c) Y & (7)
 \end{cases}$$

上述模型表明:

1) 式(1)表示产出  $Y$  可用总量生产函数  $F(\cdot, \cdot)$  来表示,即上面所构造的总量生产函数.该生产函数反映了在生产领域中,产出水平  $Y$  与劳动人数  $L$ ,劳动者人力资本积累总量  $L^*$ ,物质资本积累总量  $K$  之间的关系.此处,我们认为科学、技术、知识进步部分归因于人力资源素质的提高,从而忽略技术进步对经济增长影响的其它方面.

2) 式(2)表示产出的分配方式.产出  $Y$  可以表示为消费  $X$ 、人力资本投入  $I_L$  (主要指劳动力的教育、培训费用)及物质资本投入  $I_K$  等三部分之和.

3) 式(3)表示社会新增的物质资本的投入  $I_k$  除补充由于折旧造成资本损耗外,将使社会物质资本积累产生变化  $\dot{k}$ . 其中  $\mu$  ( $\mu > 0, 1$ ) 表示资本折旧率,为参数.

4) 式(4)表示人力资本投入部分  $I_L$  所产生的人力资本积累量  $\dot{l}$  等于社会中人力资本积累的损耗与人力资本增量之和. 其中  $\delta > 0$ , 是反映单位人力资本培训费用的参数;  $\delta > 0$  为由于知识更新或退出劳动队伍等原因而产生人力资本损耗的折旧率.

5) 式(5)表示投资中人力资本投资和物质资本投资间成比例,  $a$  ( $a \in [0, 1]$ ) 为比例系数,此处取为参数. 式(5)相当于假定社会总投资中用于人力资本积累和用于物质资本积累是按比例分配的.

6) 式(6)表示相当于假定社会人力资源总数按固定增长率随时间变化,并充分就业. 此处  $n$  ( $|n| \ll 1$ ) 为人力资源数量增长率.

7) 式(7)表示社会消费总量与产出总量成正比. 此处  $c$  ( $c \in (0, 1)$ ) 为投资率,可知  $(1 - c)$  表示产出总量中用于消费的比例.

式(3)、式(6)、式(7)与索洛基本模型<sup>[1]</sup>所做的假定完全相同.

可以看出,模型中除了反映了经济运行过程中生产、消费、投资等一般关系外,还加进了用于提高人力资源素质的投资(用于教育、培训等方面的费用)和人力资源素质的培养成本的因素. 于是该模型可用来考察人力资源素质方面的投资、培养、使用对经济增长的影响.

### 3 模型的动力学行为及稳定性

#### 3.1 模型的动力学行为

在上述的模型假定下,我们可以建立人均物质资本存量和人均人力资本存量所满足的微分方程. 记:  $y = Y/L, k = K/L, l = L^*/L$ ,可以得到:

$$\begin{cases} \dot{k} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{K}{L} \right] = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L} \frac{\dot{L}}{L} = \frac{c}{1+a} f(k, l) - (\mu + n) k \\ \dot{l} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{L^*}{L} \right] = \frac{\dot{L}^*}{L} - \frac{L^*}{L} \frac{\dot{L}}{L} = \frac{ca}{(1+a)} f(k, l) - (\delta + n) l \end{cases}$$

上面两个式子构成了一个反映人均物质资本存量变化和人均物质资本存量变化的微分方程组,它刻画了经济系统的演化行为.

#### 3.2 模型的定态解

由  $\begin{cases} \dot{k} = 0 \\ \dot{l} = 0 \end{cases}$ , 我们可以得到定态解  $(k^*, l^*)$  满足的方程为:

$$\begin{cases} k^* = \frac{c}{(\mu + n)(1+a)} f(l^*, k^*), & (8) \\ l^* = \frac{ca}{(\delta + n)(1+a)} f(l^*, k^*). & (9) \end{cases}$$

显然当  $k=0$  时,有  $f(l, 0) = 0$ , 有  $l^* = k^* = 0$ , 为平凡的定态解,此处,我们要讨论系统非零定态解的情况.

由总量生产函数的一次齐次性和人均生产函数的单调性,我们可以证明该微分方程组所描写的经济系统至多只存在一组的非零定态解  $(k^*, l^*)$ , 并且在模型的参数意义范围内,这组非零的定态解是存在的. 下面我们讨论这组非零定态解  $(k^*, l^*)$  的对于参数空间的稳定性. 我们将证明:无论生产函数的具体形式如何,该定态解都是稳定的.

#### 3.3 定态解的稳定性

定态解的稳定性分析讨论的是系统状态与定态有一个小的偏差时,系统状态的演化行为是远离这个定态,还是趋近这个定态的问题. 对于该经济系统,如果非零定态解是稳定的,就预示着经济系统演化的趋势是趋于人均物质资本存量为  $k^*$ , 高级劳动者比例  $l^*$ , 而劳动生产率为  $f(k^*, l^*)$  的状态,我们称之为经济系统的均衡态. 当经济系统达到均衡态时,  $k^*, l^*$  及  $f(k^*, l^*)$  都不再变化.

设  $A = c/(1 + a)$ ,  $B = \mu + n$ ,  $E = ca/(1 + a)$ ,  $D = + n$ , 我们可以得到:

$$\dot{k} = Af(k, l) - Bk = g(k, l), \quad \dot{l} = Ef(k, l) - Dl = h(k, l).$$

设  $x = k - k^*$ ,  $y = l - l^*$ , 在  $(k^*, l^*)$  附近展开并取至线性项, 同时考虑到  $g(k^*, l^*) = h(k^*, l^*) = 0$ , 则得到系统的线性近似方程组:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial k} & \frac{\partial g}{\partial n_2} \\ \frac{\partial h}{\partial k} & \frac{\partial h}{\partial n_2} \end{bmatrix}_{(k^*, l^*)} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$$

我们记:

$$M(k^*, l^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial k} & \frac{\partial g}{\partial n_2} \\ \frac{\partial h}{\partial k} & \frac{\partial h}{\partial n_2} \end{bmatrix}_{(k^*, l^*)} = \begin{bmatrix} Af_{k^*} - B & Af_{l^*} \\ Ef_{k^*} & Ef_{l^*} - D \end{bmatrix}.$$

由常微分方程的稳定性理论可知:当  $M(k^*, l^*)$  没有零和纯虚本征值时,该系统在定态解  $(k^*, l^*)$  处的稳定性与其线性近似方程组在  $(0, 0)$  处的稳定性是一致的. 我们知道,线性近似方程组在  $(0, 0)$  处的稳定性则要求:  $TrM < 0$  和  $|M| > 0$ , 即需满足:

$$\begin{aligned} Af_{k^*} + Ef_{n_2^*} &< B + D, \\ Adf_{k^*} + Bdf_{n_2^*} &< BD. \end{aligned} \tag{10}$$

由于  $k^* = \frac{A}{B}f(k^*, l^*)$ ,  $n_2^* = \frac{E}{D}f(k^*, l^*)$ , 且根据人均生产函数的性质 5, 对  $(k^*, l^*)$  应有:

$$f(k^*, l^*) > k^* f_k(k^*, l^*) + n_2^* f_{n_2}(k^*, l^*), \tag{11}$$

由式 (8)、(9), 我们可以得出:

$$\frac{A}{B}f_k(k^*, l^*) + \frac{E}{D}f_{n_2}(k^*, l^*) < 1, \tag{12}$$

因为  $B > 0, D > 0$ , 所以分别用  $B + D$  和  $B \cdot D$  乘以式 (12) 两端, 有:

$$\begin{aligned} Af_k(k^*, l^*) + Ef_{n_2}(k^*, l^*) &< (B + D) \left[ \frac{A}{B}f_k(k^*, l^*) + \frac{E}{D}f_{n_2}(k^*, l^*) \right] < B + D, \\ Adf_k(k^*, l^*) + Bdf_{n_2}(k^*, l^*) &< B \cdot D \left[ \frac{A}{B}f_k(k^*, l^*) + \frac{E}{D}f_{n_2}(k^*, l^*) \right] < B \cdot D. \end{aligned}$$

显然稳定性条件式 (10) 满足, 这说明系统在  $\mu + n > 0, + n > 0$  时存在着稳定的非零定态解  $(k^*, l^*)$ .

由此, 我们可以发现, 我们仅从生产函数所具有的性质, 就判断出了系统的非零定态解的稳定性. 这表明, 不论系统初始时处于何种状态, 只要  $k > 0$ , 系统的长期演化行为都将趋进于均衡增长状态. 均衡状态时, 人均物质资本存量为  $k^*$ , 高级劳动者比例  $l^*$  都将保持不变, 其大小由系统中参数的选取决定.

### 4 参数对系统均衡值的影响

下面, 我们研究参数对于系统均衡状态的影响. 我们知道, 当  $k > 0, \mu + p > 0, + p > 0$  时, 系统有非零的均衡解存在. 由  $\frac{k^*}{l^*} = \frac{(c + n)}{a(\mu + n)}$  可知, 均衡时人均资本存量和高级劳动者比例是成比例的, 记此稳态比例为  $\lambda$ , 即:

$$\lambda = (c + n)/a(\mu + n). \tag{13}$$

由式 (14) 得各参数变化对稳态比的影响:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = - (c + n)/a^2(\mu + n), \tag{14}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial c} = (c + n)/a(\mu + n), \tag{15}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = - (c + n)/a(\mu + n)^2, \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial p} = (\mu - ) / a(\mu + n)^2, \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial} = - / a(\mu + n). \tag{18}$$

据此可分析出这些参数的变化对人均物质资本存量和人均人力资本存量之间均衡值的比例-稳态比的影响.列表如下:

参数 稳定比例 变化趋势					p		c
	a		μ		> μ	< μ	
增大(+)	-	+	-	+	-	+	/
减小(-)	+	-	+	-	+	-	/

以上结论表明:

- 1) a 为投资用于人力资本积累和物质资本积累的比例, a 值较大的系统, 稳态比例就较大. 这反映了投资分配对系统处于均衡态时人力资本存量和物质资本存量的影响.
- 2) 为形成单位高级劳动者所需的费用, 它与社会上教育、培训的效率和成本有关. 对于 值大的系统, 稳态比例大, 即人力资本存量相对较小. 这就反映了教育、培训的效率对人力资本积累和人均物质资本积累的影响.
- 3) μ 为社会上物质资本折旧率. 该折旧率越大, 稳态比例就越小. 说明物质资本折旧率增大时, 有利于人力资本积累, 而不利于物质资本积累.
- 4) 为社会上人力资本的折旧率. 该折旧率越大, 稳态比例越大, 不利于人力资本积累.
- 5) n 为人力资源增长率, 人力资源增长率变化对稳态比例的影响, 依赖于人力资本和物质资本折旧率的比较. 当人力资本折旧率大于物质资本折旧率时, 人力资源增长率的增加, 有利于人力资本积累. 相反情况下, 则有利于物质资本积累.
- 6) c 表示社会总产出中用于消费的比例, 它的大小对稳态比例不产生影响.

### 5 最优人力资本投资

作为结论之一, 我们讨论用于投入在人力资本和物质资本之间分配的比例  $a(a \in [0, 1])$  对均衡时劳动生产率的影响. 此时是一个准静态分析, 即假设此时的经济增长已经处于平衡增长路径(BGP), 讨论该分配比例对劳动生产率的影响. 记  $l^* = l^*(a), k^* = k^*(a), f(k^*, l^*) = f[k^*(a), l^*(a)]$ . 我们令  $\frac{df[k^*(a), l^*(a)]}{da} = 0$ , 可以证明:

$$1) \text{ 当 } a=0 \text{ 时, 即投资不用于人力资本积累时, 有 } \begin{cases} k^*(0) = \frac{c}{\mu+n} f(0, k^*(0)) \\ l^*(0) = 0 \end{cases}, \text{ 则可由生产函数的形}$$

式和  $f(l, k) = f_l(l, k) + lf_l(l, k) + kf_k(l, k)$  来确定人均资本存量  $k^*(0)$ , 劳动生产率完全由  $k^*(0)$  来决定.

$$2) \text{ 当 } f_l \cdot \frac{(+n)}{\mu+n} f_k \text{ 时, } f[k^*(a), l^*(a)] \text{ 随 } a \text{ 的增加而单调递减, 在 } a=0 \text{ 处取得最大值, 即}$$

$$\max_{[0, 1]} f[l^*(a), k^*(a)] = \frac{\mu+n}{c} k^*(0).$$

$$3) \text{ 当 } f_l \cdot \frac{(+n)}{\mu+n} f_k \text{ 时, 存在 } a^* \in [0, 1], \text{ 使得 } f[k^*(a), l^*(a)] \text{ 在 } a^* \text{ 处取得最大值, 即 } \max_{[0, 1]} f$$

$[l^*(a), k^*(a)] = f[l^*(a^*), k^*(a^*)]$ , 其中:

$$a^* = \frac{1}{2(\mu+n)f_l} \left\{ \sqrt{[(\mu+n)f_l - (+n)f_k]^2 + 4[(\mu+n)f_l]^2} - [(\mu+n)f_l + (+n)f_k] \right\}.$$

综上所述, 我们可知:

- 1) 投资在人力资本和物质资本之间的分配比例 a, 对均衡时的劳动生产率有很大的影响, 投资比例不



同,则均衡时的劳动生产率就不同.均衡时劳动生产率是系统稳定时保持不变的劳动生产率,它的大小决定了经济发展的水平.

2)存在着投资在人力资本和物质资本之间分配的最佳比例  $a^*$ .如果经济系统按  $a = a^*$  的比例分配投资可以使均衡时的劳动生产率达到最大.而最佳比例  $a^*$  的数值是由生产函数的性质和系统中的其他参量的数值来决定.

3)最佳比例  $a^*$  不仅取决于均衡时人均人力资本存量、人均物质资本存量的边际产出率  $f_{l^*}$  和  $f_{k^*}$  的大小.而除了投资占产出的比例  $c$  外,反映系统性质其他参数的数值也对  $a^*$  有影响.

4)最佳比例  $a^*$  分两种情况.这两种情况依赖于为使均衡劳动生产率达到最大,是否要进行人力资本投资的判定条件.即在均衡点时,当人均人力资本存量的边际产出率大于或等于人均物质资本存量的产出率的某一比例时(该比例已由系统的参数确定),即  $f_{l^*} \geq Af_{k^*}$ , (其中  $A = \frac{c+n}{\mu+n}$ ) 时,最佳比例  $a^* = 0$ .此时要想使均衡劳动生产率达到最大,全部投资应用于物质资本的积累.反之,当  $f_{l^*} < Af_{k^*}$ ,  $a^* > 0$ ,总投资中应有一定比例用于人力资本积累.且  $f_{l^*}$  与  $f_{k^*}$  差别越大时,投资中用于人力资本积累的比例就越大.

5)生产函数反映的是在一定的技术水平、管理水平下生产要素的投入与产出的关系.最佳比例与  $f_{l^*}$  和  $f_{k^*}$  有关,而  $f_{l^*}$ 、 $f_{k^*}$  的大小是由生产函数的形式决定的,不同的生产技术水平、管理水平和生产方式,人力资本和物质资本在生产中起作用的程度不同,生产对劳动力素质的要求也不同,从而决定了对人力资本投资的需求的不同.这一点恰好说明了人力资源素质在生产发展的不同阶段上的重要程度,体现出不同生产要素在经济发展的不同阶段的重要性是不同的.

6)在均衡劳动生产率取极值的要求下,存在用于人力资本投入的条件,不仅与生产函数的性质有关,还受到体现系统性质的参数的影响,其中影响最大的是单位人力资本的培养费用.培养费用越高越不利于在人力资本积累上的投资;培养费用越低,越有利于提高投资用于人力资本积累的比例.

7)单位人力资本积累的培养费用是反映教育、培训效率的指标.从这个意义上看以最佳经济增长为目标,决定投资用于人力资本和物质资本的比例时,不只受人力资源素质在生产中的作用的制约,还要受到在提高人力资源素质时教育、培训的效率高低的影

#### 参考文献:

- [1] Solow R M. A contribution to the theory of economic growth [J]. Quarterly Journal of Economics, 1956, 70(1): 65 - 94.
- [2] Denison E F. Why Growth Rates Differ [M]. Washington D C: Brookings Institution, 1967.
- [3] Aghion P, Howitt P. Endogenous Growth Theory[M]. Cambridge: MIT Press, 1998.
- [4] Arrow K J. The economic implications of learning by doing [J]. Review of Economic Studies, 1962, 29(3): 155 - 173.
- [5] Lucas R E. On the mechanics of economic development [J]. Journal of Monetary Economics, 1988, 22(1): 3 - 42.
- [6] Romer P M. Endogenous technological change [J]. Journal of Political Economy, 1990, 98(5): S71 - S102.
- [7] Zhou Ya, Li Keqiang, et al. Characteristics of production function with two types of labor inputs [J]. Journal of Beijing Normal University (National Science), 2005, 41(6): 646 - 648.
- [8] Chen Xiaoguang. Downward Compatibility of human capital and its implication for the Cross-country income level accounting [J]. Economic Research Journal, 2005(4): 46 - 56.